Limites

F.I $\frac{\infty}{\infty}$; $0\times\infty$; $+\infty-\infty$; $\frac{0}{0}$.

$\frac{\text{Reel}}{\infty}=0$

$\frac{\text{Reel}}{0}=\infty$ (Regle de Signe)

$\frac{\infty}{0}=\infty$ $\quad$ $\frac{0}{\infty}=0$

Départ
- $\ln U \to +\infty = +\infty$
- $\ln U \to 0^+ = -\infty$

F.I

- $\frac{\ln^m U \to +\infty}{U^n}=0$ $\quad m,n\in\mathbb{N}^*$
- $U^n \ln^m U \to 0^+ = 0$
- $\frac{\ln U \to 1}{U-1}=1$

Sup $r\in\mathbb{Q}_+^*$ $\quad \frac{\ln U \to +\infty}{U^r}=0$; $U^r \ln U \to 0^+ = 0$

Technique pour lever l'indétermination
- Factorisation (le plus fort en facteur)
- Développement
- Dérivée ($\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'(a)$)

Exemples

1) $\lim_{x\to+\infty} x - \ln x = \lim_{x\to+\infty} x\left(1-\frac{\ln x}{x}\right)=+\infty$ ($x\to+\infty$, $\ln x\to-\infty$, $\frac{\ln x}{x}\to 0$)

2) $\lim_{x\to+\infty} x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$ ($\frac{1}{x}\to 0$, $1+\frac{1}{x}\to 1$)

$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\left(\frac{1}{x}+1\right)-1}=1$

$\frac{\ln U \to 1}{U-1}=1$

3) $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln\left(\frac{1}{x}\right)}{x^3}$

$U^n \ln^m U \to 0^+ = 0$

$=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x}\right)^3 \ln\left(\frac{1}{x}\right) \to 0^+ = 0$